

## Hoe onbelangrijk het is of duikboten kunnen zwemmen

Het is nu al weer een jaar of wat geleden dat de redactie van een wat vaag tijdschrift mij om een bijdrage verzocht over de vraag of computers konden denken. Daar had ik geen zin in en ik lichtte mijn weigering toe met de opmerking dat ik het gesuggereerde onderwerp net zo onbelangrijk vond als de even brandende vraag of duikboten konden zwemmen. (Ik had buiten de waard gerekend: de redacteur - een socioloog - schreef mij terug, dat hij die laatste vraag óók heel interessant vond!)

De vraag of computers kunnen denken is heilloos, want wie zich er in verdiept is binnen de kortst mogelijke tijd met een enkele reis op weg naar de filosofie. De vraag is bovendien overbodig in die zin dat wij ons in computers - hun mogelijkheden, hun beperkingen en hun invloed op onze cultuur - kunnen verdiepen zonder te hoeven kiezen wat wij onder "denken" zouden moeten, willen of kunnen verstaan.

De mystieke nonsens, variërend van elektronische breinen tot monsters van Frankenstein, waarmee de volksmond en de populaire pers computers hebben omgeven, hoef ik niet te de-

tailleren, want die is genoegzaam bekend. Veel belangrijker is het verschijnsel van de overvloed en de hardnekkigheid van deze nonsens, want als symptoom is dit verschijnsel maar op één manier uitlegbaar: het vertelt ons dat computers bij hun verschijnen een radicale nieuwigheid waren die niet adequaat begrepen kon worden in termen van ons al vertrouwde verschijnselen en begrippen. Vergelijkingen met dingen van vroeger gingen allemaal mank, analogieën met wat we kenden bleken keer op keer te oppervlakkig om niet misleidend te zijn.

De radicale nieuwigheid had twee aspecten. Het bekendst daarvan was de onvoorstelbare snelheid: computers rekenden eerst duizend maal sneller dan voordien mogelijk, daarna miljoen, en tenslotte miljard maal sneller. Het probleem is dat dergelijke snelheidsverhoudingen, hoewel makkelijk op te schrijven, in een heel reële zin onvoorstelbaar zijn en het heel moeilijk is je voor te stellen hoe onvoorstelbaar iets onvoorstelbaars is.

Een enkele factor tien maakt al een verschil tussen dag en nacht; eens heb ik een vriendin om haar daarvan te overtuigen gevraagd hoeveel kinderen ze had — ik wist dat het er zes waren en ze begreep wat ik bedoelde.

En een baby die duizend keer zo snel leert kruipen haalt straaljagers in! Volledigheids-halve vermeld ik dat eveneens de capaciteit voor informatieopslag - in antropomorfe terminologie ook wel "geheugenomvang" genoemd - in de loop der jaren onvoorstelbaar is toegenomen. Kortom: bij zo drastische quantitative verschillen laten alle analogieën het afweten.

Het andere aspect van de radicale nieuwigheid trad aanvankelijk iets minder op de voorgrond, maar de repercussies ervan zijn er niet minder om. Om dit aspect over het voetlicht te krijgen moet ik mij enige dichterlijke vrijheid - c.q. wiskundige abstractie - veroorloven en ik hoop dat de lezer mij dat gunt. Ik wil refereren naar "formules" die zijn opgebouwd uit "symbolen" uit een eindig "alfabet". Dat "alfabet" is niet beperkt tot de 26 letters, daar mogen we de leestekens, allerlei haakjes en wiskundige symbolen en de cijfers van 0 t/m 9 ook bij doen. Het voordeel van deze dichterlijke vrijheid is dat hij ons in staat stelt een algebraïsche uitdrukking als  $(a+b)/c$ , een programmafragment als  $x := x+1$ , en een decimaal getal als 729 alle drie onder hetzelfde hoedje "formule" te vangen.

De zojuist geschetste beeldspraak stelt mij in staat de tweede 'nouveauté' aan te geven: met computers is een universum geschapen waarin niets anders gebeurt dan dat volgens stricte regels uit reeds voorkomende formules nieuwe formules worden afgeleid. Dit universum is theoretisch van diepe betekenis omdat alles wat afleidbaar is op deze manier kan worden afgeleid; de elektronische versie is van grote praktische betekenis omdat hij zo snel werkt dat zelfs het resultaat van lange afleidingen binnen afzienbare tijd gereed kan komen.

Een dergelijk formeel universum is daarom als nieuwigheid radicaal omdat het lynrecht indruist tegen al onze vroeger opgebouwde intuïties. Omdat bv. alle formules zijn opgebouwd uit de symbolen van een eindig alfabet, bestaat er niet zo iets als continue verandering. We zouden kunnen proberen te praten over "kleine" veranderingen - bv. wijziging van maar één enkel symbool - , maar weer laat onze intuïtie ons in de steek doordat er geen metriek bestaat volgens welke "kleine" veranderingen ook "kleine" effecten hebben.

De meest saillante eigenschap van het formele universum is evenwel dat er niets anders dan formulemanipulatie in plaats vindt; zelfs

de kleinste fractie van een verbaal betoog is daarmee uitgesloten. Voorzover wij "begrip" en "inzicht" met verbale redenering identificeren zijn begrip en inzicht dus van het formele universum uitgesloten. Een klein voorbeeld moge dit toelichten: als wij in het kader van een groter betoog moeten vaststellen dat 812 een veelvoud van 7 is, dan is dat niet iets dat we proberen te "begrijpen" of "in te zien", maar iets dat we vaststellen door even een staartdelinkje uit te voeren, door -in onze beeldspraak- even wat formules te manipuleren.

Onze traditionele betogen zijn gemengd, d.w.z. deels formeel en deels verbaal, en verbaal redeneren is ons zo met de paplepel ingegoten dat totale uitbanning van de verbale component velen op het eerste gezicht als ongewenst, zo niet als onmogelijk voorkomt. Nadere analyse leert evenwel dat het altijd de verbale component is die vaag, ongrypbaar en dubbelzinnig is. Traditioneel heeft de wiskunde zich er toe beperkt voor anders te subtiële redeneringen door gedeeltelijke formalisering de verbale component iets terug te drukken; het formele universum, zoals dat door computers wordt belichaamd, is uitdaging en aansporing hierin veel verder te gaan, uiteindelijk totdat de

verbale component volledig is uitgebannen. Deze uitdaging is niet onbeantwoord gebleven, en het resultaat is dat er op het gebied van de wiskundige methodologie zich een stille revolutie voltrekt waarin volledige formalisering steeds aantrekkelijker wordt.

Hoe "belangrijk" is dit allemaal? Wie om te beginnen de wetenschap ziet als een activiteit waar slechts een verwaarloosbare fractie van de bevolking actief aan deelneemt, en vervolgens de wetenschap ziet als een versnipperd geheel waarin de wiskundige subcultuur zich in een soort intellectueel ghetto heeft gemanoeuvreed, die zal op zijn best "tja, tja, heel interessant" mompelen en schouderophalend overgaan tot de orde van de dag.

Men kan ook om te beginnen de wetenschap beschouwen als een van de belangrijkste pijlers van onze cultuur en vervolgens - men zou niet de eerste zijn! - betogen dat van elke wetenschappelijke discipline intellectuele standing en gewicht bepaald worden door zijn wiskundig gehalte. In die visie zou een radicale koersverandering in de wiskunde op den duur in het overgrote deel van ons intellectuele leven zijn sporen nalaten.

Ik houd het op zo'n radicale koersverandering. Nu nog definieert de Concise Oxford Dictionary wiskunde als "abstract science of space, number, and quantity"; als voormelde stille revolutie zich heeft voltrokken, zal "art and science of effective reasoning" een adequatere definitie van wiskunde zgn. Ik zal het niet meer meemaken, maar als het een beetje meezit, is over honderd jaar de vraag of computers kunnen denken niet meer dan een historisch curiosum uit de twintigste eeuw.

Nuenen, 15 juli 1989

prof. dr. Edsger W. Dijkstra  
Department of Computer Sciences  
The University of Texas at Austin  
Austin, TX 78712-1188  
USA